Albert-Ludwigs-Universität
Institut für Informatik
Prof. Dr. F. Kuhn
M. Fuchs, G. Schmid

Algorithmen und Datenstrukturen
Sommersemester 2024
Übungsblatt 2

Abgabe: Dienstag, 30. April, 2024, 10:00 Uhr

Aufgabe 1: $\mathcal{O}$-Notation *(9 Punkte)*

Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen anhand der *Mengendefinition* der $\mathcal{O}$-Notation (Vorlesungsfolien Woche 2, Folie 11 und 12).

(a) $2n^3 - 5 \cdot n^2 + 1 \in \mathcal{O}(n^4)$ *(1 Punkt)*

(b) $\log_3(n) \in o(\log_5(n))$ *(2 Punkte)*

(c) $n! \in \Omega(2^n)$ *(2 Punkte)*

(d) $\log_2\left(n^2\right) \in \omega((\log_2 n)^2)$ *(2 Punkte)*

(e) $\max\{f(n), g(n)\} \in \Theta(f(n) + g(n))$ für nicht negative Funktionen f und g. *(2 Punkte)*

Aufgabe 2: Sortieren nach Asymptotischem Wachstum *(4 Punkte)*

Sortieren Sie folgende Funktionen nach asymptotischem Wachstum. Schreiben Sie $g <_{\mathcal{O}} f$ falls $g \in \mathcal{O}(f)$ *und* $f \notin \mathcal{O}(g)$. Schreiben Sie $g =_{\mathcal{O}} f$ falls $f \in \mathcal{O}(g)$ *und* $g \in \mathcal{O}(f)$ (kein Beweis nötig).

$\sqrt{n} \cdot n^{3/2}$	3^n	$\frac{1}{4} \cdot n!$	$27 \cdot n$
$4^{n/2}$	$100 \cdot n^{100}$	$\log_2(n^3)$	n^n
$12 \cdot \sqrt{\log_2(n)}$	$21 \cdot \log_2(\sqrt{n})$	$(n-1)!$	$\log_2(n^n)$

Aufgabe 3: k-MergeSort *(7 Punkte)*

In Übungsblatt 1 ging es darum eine Variante des Mergesort Algorithmus zu implementieren, welche für einen gegebenen Parameter $k > 1$, das gegebene Array in k Teile der Größen $O(n/k)$ zerlegt, wobei n die Größe des Arrays ist. Wir wollen hier nun die Laufzeit dieser Variante analysieren.

a) Sei $T(n, k)$ die Laufzeit für obigen Algorithmus mit Parametern n und k. Geben Sie eine rekursive Formel für $T(n, k)$ an (analog zur Folie 24, Foliensatz 2). Zur Einfachheit können Sie annehmen dass der Algorithmus das Array in jedem rekursiven Schritt in k Teile der Größe genau n/k teilt. *(3 Punkte)*

b) Zeigen Sie mithilfe von vollständiger Induktion dass $T(n, k) = \mathcal{O}(\log_k(n) \cdot n \cdot k)$. *(3 Punkte)*

c) Setzen Sie die Werte $2, 3, \log_2(n), n/4$ für k ein. Für welche dieser Werte ist die Laufzeit asymptotisch am besten? *(1 Punkt)*